

# DISEÑO Y OPTIMIZACIÓN DE LA CONTRACCIÓN DE UN TÚNEL DE VIENTO DE BAJA VELOCIDAD

**Temis Ghilarducci\*, Sebastián N. Franchini\* y Alejandro Vázquez\*.**

\* Laboratorio de Mecánica de los Fluidos – Facultad Regional Haedo

Universidad Tecnológica Nacional

París 532, (1706) Haedo, Pcia. de Buenos Aires, Argentina

e-mail: [aerofluidos@yahoo.com](mailto:aerofluidos@yahoo.com), página web: <http://www.geocities.com/aerofluidos>

**Palabra clave:** Túnel de Viento, Contracción, Elementos Finitos, Validación.

***Resumen.** El siguiente es un trabajo de optimización del diseño de la contracción para un túnel de viento de baja velocidad. El diseño de la forma se basó en la combinación de un par de elipses tangentes. Con esta configuración es posible variar diferentes parámetros y estudiar los efectos sobre la calidad del flujo en la cámara de ensayos. Se realizó un estudio sistemático de varios modelos, en los que se varió su geometría aplicando un programa comercial de elementos finitos. Los resultados obtenidos se compararon con valores experimentales. Del análisis de estos resultados se obtuvo una serie de criterios para el diseño.*

## 1. INTRODUCCIÓN.

Los primeros túneles de viento contruidos fueron utilizados para el desarrollo de aeronaves e investigación relacionada a la actividad aérea. Actualmente su uso se ha extendido a diversas ramas de la ciencia y la ingeniería aplicada en las que se necesiten resultados experimentales de problemas aerodinámicos complejos.

Estos dispositivos son en todo el mundo una herramienta esencial para el estudio de fenómenos aerodinámicos aplicados a la ingeniería. Los campos de aplicación son muy diversos.

Los ensayos que se realizan en túneles de viento se pueden dividir en dos clases<sup>2</sup>:

**Aeronáuticos:** Fueron la primera aplicación de estos equipos, y data desde antes de los hermanos Wright.

**No - aeronáuticos:** Consisten, por lo general, en el estudio de la interacción de la capa límite atmosférica con las estructuras y las actividades humanas. Se busca conocer con mayor precisión las cargas que afectan a los cuerpos expuestos al viento, con el fin de optimizar sus formas y estructuras resistentes. Además, cada año el viento causa cientos de muertes y daños materiales. Por estas razones estos estudios adquieren cada vez mayor importancia. Los análisis no - aeronáuticos incluyen soluciones a problemas de construcción de edificios, puentes, torres, chimeneas, problemas de polución ambiental, erosión, y muchos más. Dentro de esta categoría están los estudios de vehículos de superficie, como pueden ser barcos, automóviles, camiones y trenes<sup>3, 4</sup>.

Se propone diseñar y construir un túnel de viento de baja velocidad, para el Laboratorio de Mecánica de los Fluidos de la Universidad Tecnológica Nacional - Facultad Regional Haedo. El uso del túnel deberá cubrir dos necesidades consideradas de igual importancia:

**Académica:** Desarrollo de ensayos sobre modelos de aeronaves, investigación y resolución de trabajos prácticos para las materias del área de fluidos de las carreras que dicta la Facultad, como así también el intercambio con otras instituciones educativas.

**Prestación de servicios:** Investigación y desarrollo de ensayos sobre modelos de estructuras o dispositivos no aeronáuticos para la industria en general.

Como parte del desarrollo de este túnel surgió la necesidad de definir la geometría de la contracción<sup>5</sup>. No existe un método único para un diseño óptimo, pero abunda la bibliografía que describe diversas formas de estudio. Del análisis de los métodos disponibles, se dedujo que los últimos esfuerzos están orientados hacia una solución matemática de las ecuaciones que gobiernan el movimiento del flujo mediante métodos numéricos. Se propuso utilizar el módulo de Mecánica de los Fluidos de un programa comercial de elementos finitos que la Facultad dispone (COSMOS/M, ver. 1.71). Este programa es utilizado en la Facultad fundamentalmente en el área de estructuras.

### 1.1. Naturaleza del problema.

El primer requerimiento para un túnel de viento es obtener, a lo largo de la cámara de ensayos, una corriente de aire estacionaria y un perfil de velocidad lo más uniforme posible. La contracción, ubicada justo aguas arriba de la cámara de ensayos, debe uniformizar el flujo y reducir el nivel de turbulencia<sup>3, 6</sup>.

Si bien el aire es acelerado por la contracción, resultando, por lo general, un gradiente de presión favorable, el cual favorece el mantenimiento de la capa límite en la superficie; podría ser que existan regiones con gradiente de presión adverso en las paredes a la entrada y a la salida de la contracción. Debido a este efecto puede darse el desprendimiento de la capa límite, o un aumento local de su espesor, que produzca la formación de torbellinos.

Para el caso de una contracción sin simetría axial como la planteada, hay un problema adicional: la variación de la distribución de velocidades que existe en las paredes, puede producir componentes de velocidad cruzadas, las cuales podrían derivar también en aumentos localizados de la capa límite.

En cualquiera de estos casos existirá una degradación de la calidad del flujo de la cámara de ensayos, y un aumento de la potencia requerida.

## 1.2. Programa de investigación y objetivos.

Se plantearon para este trabajo dos objetivos principales:

- Primero estudiar sistemáticamente diversas formas de contracción, mediante la resolución numérica de las ecuaciones que gobiernan el flujo, con el fin de **obtener algunos criterios de diseño** que ayuden a definir la geometría final de la contracción.
- Segundo **evaluar el módulo de fluidos del programa** de elementos finitos que la Facultad dispone, y **validar los resultados** que brinda contrastándolos con resultados experimentales. Ya que uno de los fines de la construcción del túnel de viento es brindar servicios, se busca tener una herramienta de cálculo para la predicción de resultados, que complemente los ensayos que se realicen.

Para alcanzar estos fines se planteó un esquema de trabajo en una serie de etapas sucesivas:

- Análisis de las posibilidades que ofrece el COSMOS para la resolución de problemas de mecánica de los fluidos.
- Estudio comparativo entre los primeros resultados numérico e información experimental de un modelo a escala.
- Generación de diversas formas de contracción y cálculo del flujo a través de ellas.
- Análisis de los datos obtenidos para obtener algunos criterios de diseño.
- Construcción de un modelo a escala del diseño final. Medición de valores y comparación con los resultados numéricos.

## 2. GEOMETRÍA.

Para realizar un estudio sistemático y comparativo entre contracciones se utilizó una variante del método de Morel<sup>7</sup> usado por Downie<sup>8</sup>. Consiste en generar la forma de la contracción mediante dos elipses tangentes. A través de esta configuración es posible variar diferentes parámetros; como el punto de tangencia, la pendiente máxima, la longitud o la relación de contracción; y estudiar los efectos de estas variables sobre el flujo en la cámara de ensayos y la distribución de presiones a lo largo de toda la contracción.

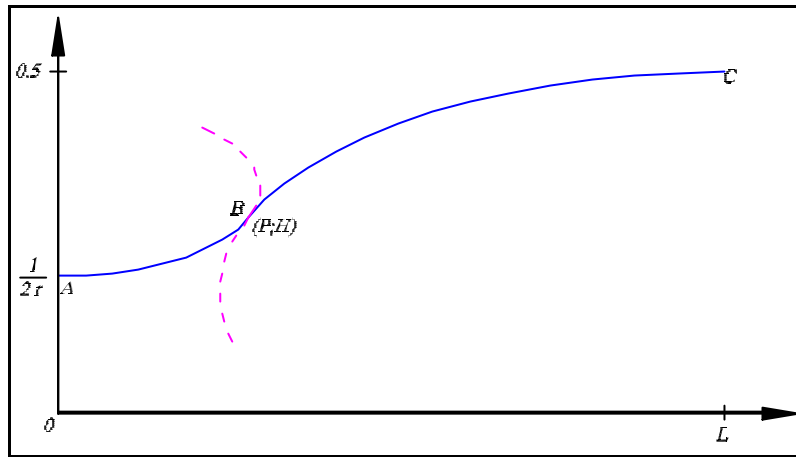


Figura 1

Aplicando la misma nomenclatura usada por Downie, los dos arcos quedan definidos por el largo ( $L$ ), las coordenadas ( $P$ ,  $H$ ) del punto de máxima pendiente, el valor de la tangente en el punto de tangencia ( $T$ ) y la relación de contracción bidimensional ( $r$ ). A la entrada la altura de la contracción es siempre igual a uno. En términos de esos parámetros, las ecuaciones de los arcos AB y BC son:

$$Y_1 = a - c \sqrt{1 - \frac{x^2}{b^2}} \quad \text{si } 0 \leq x \leq P$$

$$Y_2 = d - e \sqrt{1 - \frac{(x-L)^2}{f^2}} \quad \text{si } P \leq x \leq L$$

Donde:

$$a = \frac{1 - 4H^2r^2 + 4HPTr^2}{4r(1 - 2Hr + PTr)}$$

$$b^2 = \frac{P(1 - 2Hr + 2PTr)^2}{4rT(1 - 2Hr - PTr)}$$

$$c = a - \frac{1}{2r}$$

$$d = \frac{4H^2 + 4TH(L-P) - 1}{4T(L-P) + 8H - 4}$$

$$e = \frac{1 - 2d}{2}$$

$$f^2 = \frac{e^2(L-P)}{T(H-d)}$$

Se definieron, también, valores por defecto de  $P$ ,  $H$  y  $T$ :

$$P = \frac{L}{(r+1)}$$

$$H = \frac{1}{(r+1)}$$

$$T = \frac{2(r-1)}{rL}$$

Por lo que la forma puede ser definida sólo por su longitud y la relación de contracción bidimensional.

### 3. MÉTODO DE RESOLUCIÓN.

#### 3.1. Breve descripción.

Las ecuaciones que gobiernan el movimiento de los fluidos pueden ser derivadas de los principios de conservación de la masa y cantidad de movimiento<sup>9</sup>.

Utilizando notación vectorial, la ecuación de conservación de la masa o continuidad puede expresarse como:

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{r} \bar{\mathbf{V}}) = 0$$

La conservación de la cantidad de movimiento lineal, o ecuaciones de Navier-Stokes para fluidos Newtonianos será:

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{V}}}{\partial t} + \bar{\mathbf{V}} \cdot \nabla \bar{\mathbf{V}} = - \frac{\nabla P}{\mathbf{r}} + \bar{\mathbf{B}} + \mathbf{u} \nabla^2 \bar{\mathbf{V}}$$

El objetivo del método de los elementos finitos es aproximar las ecuaciones diferenciales por un sistema de ecuaciones algebraicas. Esto se realiza discretizando el dominio del fluido en un número de regiones de forma sencilla llamadas elementos. Dentro del elemento las variables son aproximadas por simples funciones polinómicas. Los coeficientes de estos polinomios son obtenidos de los valores de las variables en los nodos.

La velocidad y la presión en cada elemento pueden ser escritas como:

$$\begin{aligned}\bar{V}_{(x,t)} &= \Psi^T \bar{V}_{(t)} \\ P_{(x,t)} &= \Psi^T P_{(t)}\end{aligned}$$

Donde las incógnitas  $u_i$  y  $p$ , son vectores de los valores nodales y  $\Psi$  es el vector de las funciones de forma o de interpolación. Esta forma de aproximar las variables dependientes es conocida como formulación de Presión - Velocidad. Si se sustituye esta aproximación y las condiciones de contorno en el sistema de ecuaciones, el resultado será un error llamado comúnmente residuo. Se busca, entonces, alguna manera de que la distribución del residuo a través del dominio sea despreciable. Esto se logra aplicando el método de los residuos ponderados, que determina una distribución promedio del error, y fuerza a que ésta distribución sea despreciable. Esto último puede expresarse como:

$$\int_{\Omega} (f \cdot w) d\Omega = \int_{\Omega} (R \cdot w) d\Omega = 0$$

Donde:

$f$	→	Ecuación a aproximar
$w$	→	Función de peso o distribución de error
$\Omega$	→	Dominio de la solución

El programa de elementos finitos que se utilizó tiene la posibilidad de aproximar el sistema de ecuaciones de flujo (Continuidad y Navier – Stokes) por dos métodos diferentes. Uno es mediante el método de Galerkin estándar, donde las funciones de peso o distribución de error tomadas, son las mismas con que se interpolan las variables dependientes. El otro utiliza una técnica de "upwinding", que introduce una componente artificial de difusión en las funciones de peso.

También permite utilizar otro tipo de formulación conocida como el método de penalización, que consiste en reemplazar la ecuación de continuidad por la siguiente:

$$\frac{P}{\mathbf{I}} = -\nabla \bar{V}$$

Donde  $\mathbf{I} \gg 0$  es un parámetro que da la condición de incompresibilidad. La ventaja de esta formulación es que la presión es eliminada como variable a los fines del cálculo. Un desarrollo más profundo de todos estos temas puede encontrarse en el libro de Huebner<sup>10</sup>.

### 3.2. Selección del método.

Para determinar cual de todas estas opciones brinda mejores resultados, se comenzó modelizando una contracción tridimensional que corresponde a la forma de un modelo a escala 1:9 que se construyó en la etapa del diseño preliminar del túnel de viento (Fotografía 1 y 2). Se realizaron diferentes mallados sobre el modelo con elementos de ocho nodos, y se probó con todas

las variantes que el programa ofrece. En todos los casos el cálculo divergió durante el proceso iterativo de resolución. Se tuvo, entonces, que resignar el análisis sobre modelos tridimensionales.

Se continuó con un modelo sobre la base de la misma contracción, pero en este caso en el plano. La relación de contracción bidimensional ( $r$ ) de este modelo es de 2,5. Se utilizaron 765 elementos cuadriláteros planos de cuatro nodos. En la figura 2 puede verse el mallado que se aplicó.

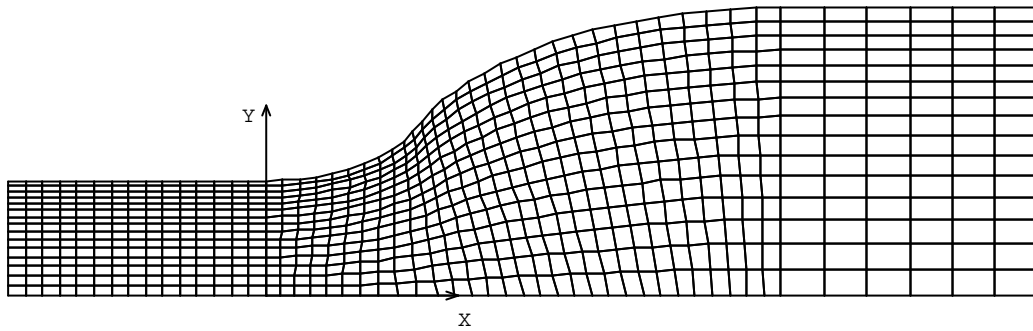


Figura 2

La altura de los elementos se varió, según una progresión geométrica, de modo de obtener una malla más fina cerca de la pared; que es donde aparecen los gradientes de velocidad más marcados<sup>11</sup>. A los nodos ubicados sobre el contorno superior se les impuso una velocidad igual a cero para modelizar los efectos de la pared. Sobre la línea horizontal del contorno inferior se restringió la componente vertical de la velocidad para simular la condición de simetría.

A la forma de la contracción; de longitud unitaria, se le agregaron dos zonas de área constante; una aguas arriba, que simula la cámara de tranquilización; y otra aguas abajo, que representa la cámara de ensayos.

Se corrió el modelo probando con los diferentes tipos de análisis disponibles. Se encontró que la solución converge y arroja mejores resultados si se resuelve el problema usando la formulación de Presión - Velocidad; y la técnica de “upwinding” para la aproximación de las ecuaciones.

Para el análisis de la variación de la presión sobre la pared a lo largo de la contracción, se definió el coeficiente de presión como:

$$C_p = \frac{P_i - P_\infty}{\frac{1}{2} \rho V_\infty^2}$$

Donde:

- $P_i$  → Presión en cada punto sobre la pared
- $P_\infty$  → Presión en la cámara de tranquilización
- $V_\infty$  → Velocidad en la cámara de tranquilización

En la Figura 3 se ve un gráfico de la distribución del coeficiente de presión sobre la pared del modelo.

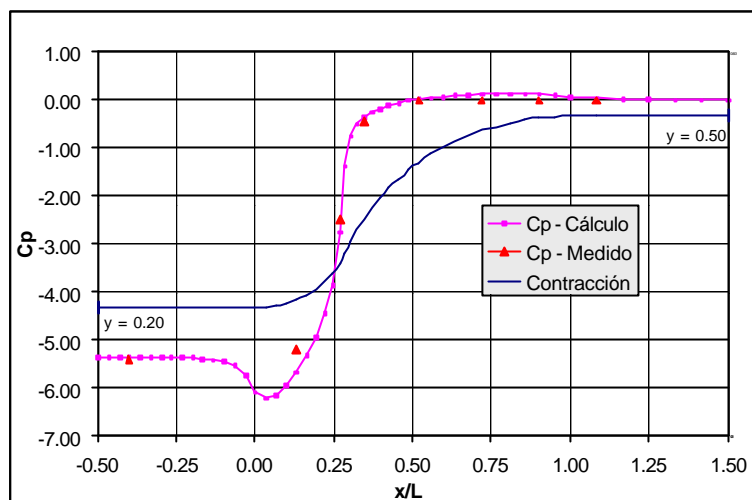


Figura 3

La coincidencia entre los valores medidos y los calculados por el método numérico es muy satisfactoria. Por lo tanto todos los análisis restantes se corrieron de esa manera.

#### 4. EXPERIMENTOS SOBRE DIFERENTES FORMAS DE CONTRACCIÓN.

Para un estudio sistemático de los modelos realizados se analizó la variación de presión ( $C_p$ ) sobre la pared a lo largo de la contracción y su longitud efectiva ( $L_e$ ). Se define longitud efectiva como el largo de la contracción, más la longitud de área constante necesaria para que la componente de velocidad en  $Y$  se despreziable. Es un parámetro importante ya que se cuenta con un espacio limitado para la construcción del túnel.

Para cuantificar la longitud efectiva a partir de los valores de velocidad en los nodos, se definió el *error por velocidad en Y* ( $e_{vy}$ ) como:

$$e_{vy} = \left( 1 - \frac{1}{h} \sum_{i=1}^n \frac{V_i - v_{yi}}{V_i} \cdot h_i \right) \cdot 100$$

Donde:

- $h$  → altura de la cámara de ensayos
- $n$  → cantidad de nodos en la fila
- $V_i$  → módulo de la velocidad resultante en el nodo
- $v_{yi}$  → velocidad en Y en el nodo
- $h_i$  → alto de influencia del nodo

Se evalúa en las filas verticales de nodos, a lo largo de la cámara de ensayos, empezando desde el final de la contracción. Se toma como la longitud efectiva cuando  $e_{yi}$  es menor o igual a un 3%.

Para obtener algunos criterios de diseño se realizó un estudio del efecto de la variación de tres



parámetros geométricos en forma independiente, fijando el resto. Las variables de estudio fueron la pendiente máxima ( $T$ ), la longitud ( $L$ ) y la relación de contracción ( $r$ ). En los tres casos se tomó como modelo central el que esta definido por:

$$\begin{aligned} r &= 2.5 \\ L &= 1 \\ P, H, \text{ y } T &\rightarrow \text{Valores por defecto (ve Secc. 2)} \end{aligned}$$

Que corresponde al que fue modelizado para el punto 3.2.

#### 4.1. Pendiente Máxima.

Se realizaron cinco modelos en los que se varió la pendiente máxima tomando:

$$\begin{aligned} r &= 2.5 \\ L &= 1 \\ P, \text{ y } H &\rightarrow \text{Valores por defecto} \end{aligned}$$

En la Figura 4 se observa la distribución de  $C_p$  sobre la pared de los cinco modelos. Los números que se leen en el cuadro de referencia corresponden a los valores de la pendiente máxima considerada. Como interesa analizar la forma en que varia la presión se derivó la función  $C_p = f(x)$  aplicando derivación numérica<sup>12</sup>. En la Figura 5 se observa un gráfico del valor de la derivada en función de la pendiente máxima para dos puntos; uno cercano a la salida de la contracción, y otro cercano al punto ( $P;H$ ).

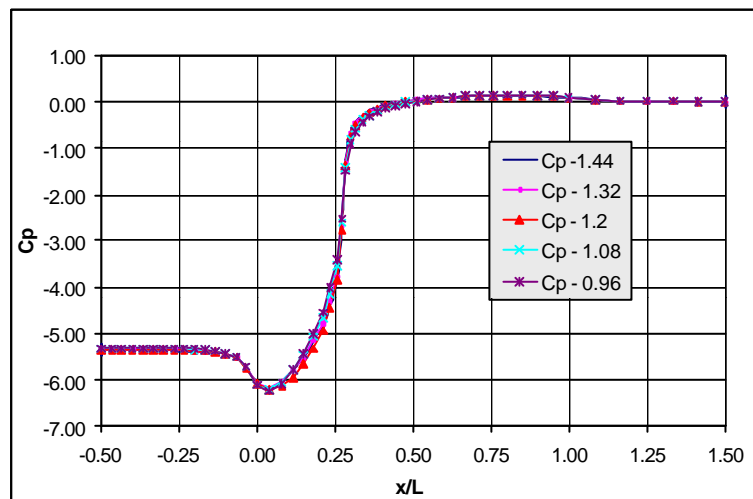


Figura 4

Se concluye a partir de los gráficos 4 y 5 que cuanto menor sea la pendiente del punto ( $P;H$ ), más suaves serán los gradientes de presión, y menor será el riesgo de tener desprendimiento de la capa límite.

En lo que respecta a la longitud efectiva se encontró que es independiente del valor de  $T$ ; Ya que

no presentó diferencias notables entre los modelos.

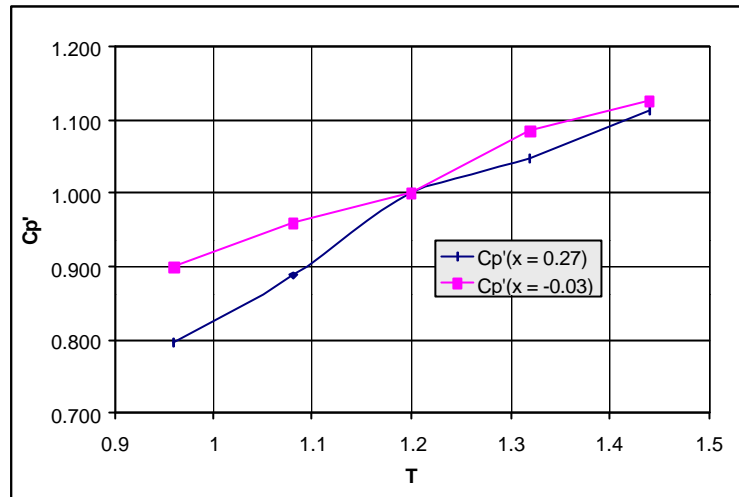


Figura 5

#### 4.2. Longitud.

Para el ver el efecto de la variación de la longitud se calculó el flujo a través de siete contracciones, cada una con valores fijos de  $P$ ,  $H$  y  $T$ . La Figura 6 muestra los resultados obtenidos para el análisis de la longitud efectiva. En el gráfico de la Figura 7 se observan los valores de  $Cp' = f(x)$  para dos puntos.

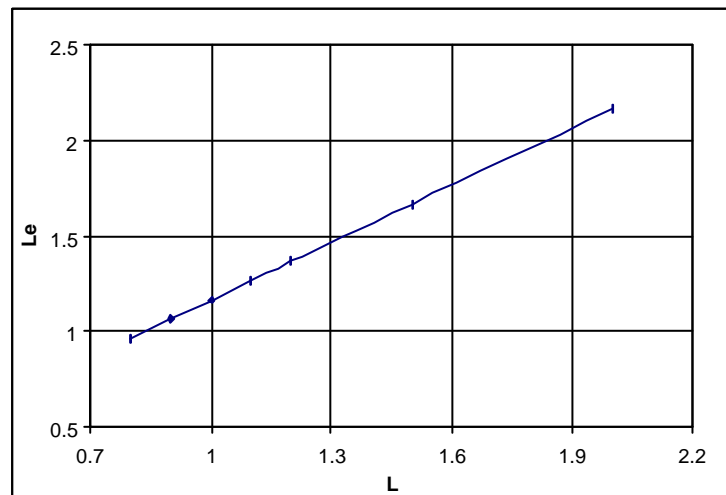


Figura 6

Es evidente que la relación entre  $L$  y  $L_e$  es directa. Para el diseño de una contracción se podría pensar que debería ser lo más corta posible. Pero se debe tener en cuenta la longitud mínima

necesaria para que el cambio de sección no sea brusco y se produzca la separación de la capa límite. Walis<sup>13, 14</sup> da una referencia útil del valor límite de la relación entre la longitud y el diámetro mayor para contracciones con simetría axial. La Figura 7 coincide con los conceptos de Walis, ya que muestra que los gradientes de presión son cada vez más bruscos cuando más corta es la contracción.

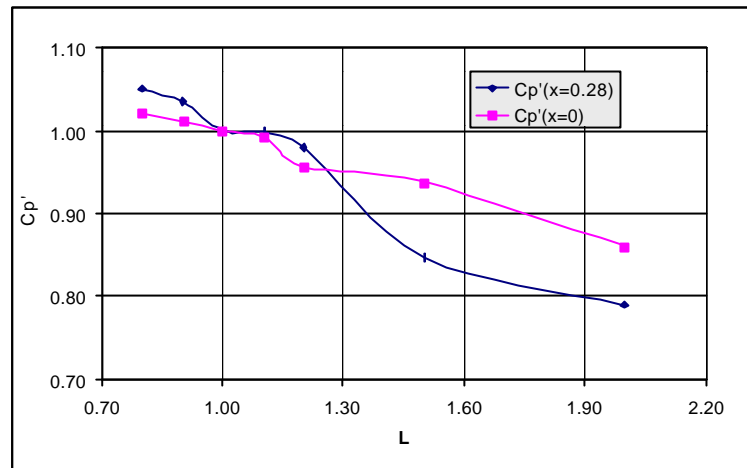


Figura 7

### 4.3. Relación de contracción.

Para este caso se fijaron los valores de  $P$ ,  $H$ ,  $T$  y  $L$  y se realizaron cinco modelos. En la Figura 8 se muestra la geometría de todos los modelos.

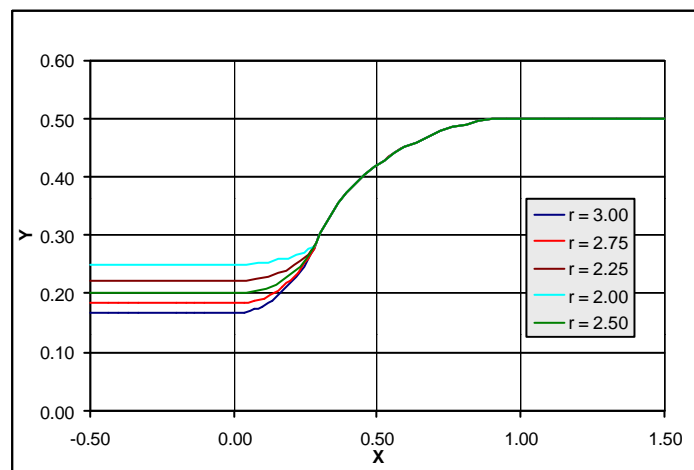


Figura 8

La longitud efectiva no se mostró afectada entre uno y otro modelo. El coeficiente de presión

cerca de la salida varía más suavemente cuanto menor es la relación de contracción; sin embargo, en las cercanías del punto ( $P;H$ ) el efecto fue el contrario como puede verse en el gráfico de la Figura 9.

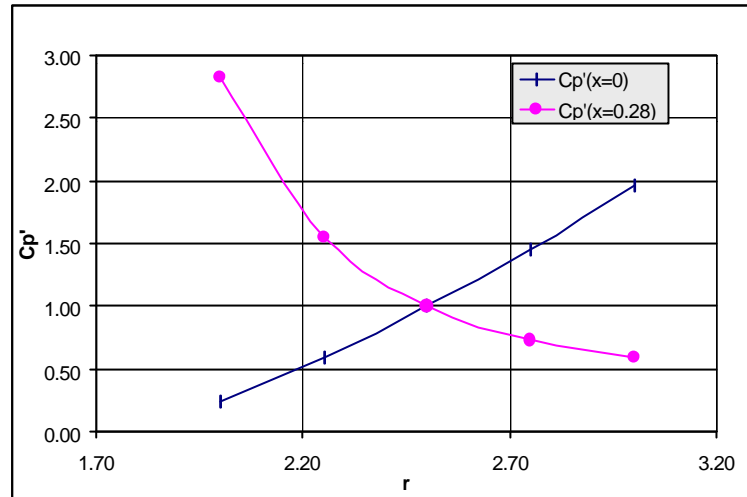


Figura 9

## 5. MODELO FINAL.

A partir de los resultados de la sección anterior se analizó una contracción con las siguientes características:

$$\begin{aligned}
 r &= 3 \\
 L &= .8 \\
 T &= 0.96 \\
 P, \text{ y } H &\rightarrow \text{Valores por defecto}
 \end{aligned}$$

Se tomó una relación de contracción elevada ya que se demuestra que cuanto mayor es este valor menor será el nivel de turbulencia<sup>3,6</sup> en la cámara de ensayos. Para evitar el gradiente de presión brusco en la salida de la contracción que se indicó en la sección 4.3, se tomaron los valores de  $P$  y  $H$  definidos por defecto; logrando así un contorno más suave. Esta geometría también se modelizó por elementos finitos.

Para verificar las actuaciones de esta geometría se construyó un modelo que se adaptó al túnel de viento del Laboratorio de Fluidos de la Facultad. El túnel posee una cámara de ensayos de sección cuadrada de 30 centímetros de lado y una velocidad máxima de 36 m/s (Fotografía 3, 4 y 5). A lo largo de la línea central de la contracción se colocaron tomas de presión del mismo modo que se realizó en el modelo a escala mencionado en la sección 3.2. En la Figura 10 se observa la distribución de coeficiente de presión obtenido del modelo real y el de elementos finitos.

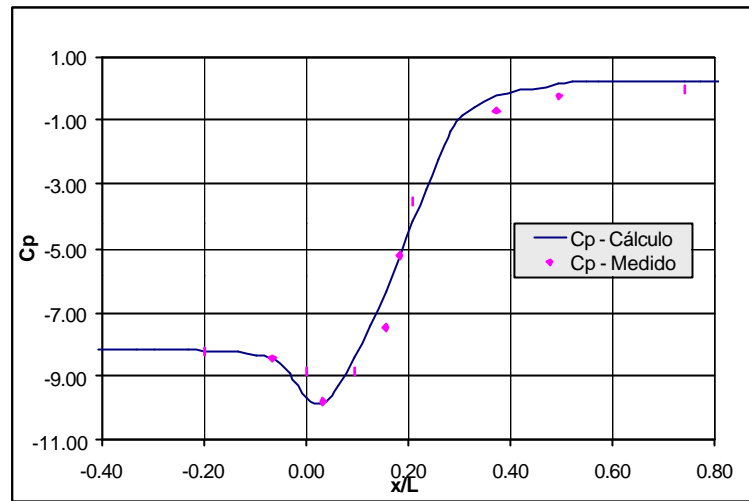


Figura 10

Se colocaron, también, lanillas a lo largo de la línea central para observar el comportamiento de la capa límite. Se observó que no existe desprendimiento sobre las paredes (Fotografía 6).

## 6. CONCLUSIONES FINALES Y TRABAJOS FUTUROS.

Mediante el cálculo del flujo a través de una serie de contracciones, se obtuvo un conjunto de criterios que fueron aplicados para definir la geometría de la contracción para el túnel de viento que está siendo construido en la Facultad.

- Se encontró que disminuyendo la longitud, disminuye también la longitud efectiva de la contracción. Al disminuir la longitud también se producen gradientes de presión cada vez desfavorables. Este efecto debe controlarse manteniendo el cociente entre la longitud y la relación de contracción por arriba de ciertos valores, o sea, que la forma de la contracción debe tener curvas suaves.
- Se puede afirmar, que resulta conveniente tomar valores de pendiente máxima lo más pequeños posible; ya que para una longitud dada, se obtienen curvaturas más pequeñas que suavizan los gradientes de presión.
- Se logró disminuir la longitud de la contracción en un 20% con respecto al diseño preliminar propuesto.
- Mediante el ensayo de la contracción optimizada se verificó que el flujo se acelera paulatinamente y no presenta desprendimientos de la capa límite, obteniendo en la cámara de ensayos un perfil de velocidad uniforme.

Con respecto al método de cálculo utilizado se obtuvieron las siguientes conclusiones

- Se encontró que el módulo de Mecánica de Fluidos COSMOS puede ser usado para calcular flujos bidimensionales; ya que se obtuvo una correlación muy satisfactoria con los resultados experimentales.
- Sin embargo presentó inestabilidad numérica cuando se utilizaron elementos tridimensionales para el cálculo de la contracción. Por causa de este inconveniente no se pudo estudiar la aparición de componentes de velocidad cruzada que pueden aparecer en contracciones sin simetría axial como la planteada. Tampoco se pudo estudiar el comportamiento de la capa límite en las esquinas. Debido a estos problemas se planteó como trabajo futuro el desarrollo de un programa propio de elementos finitos.

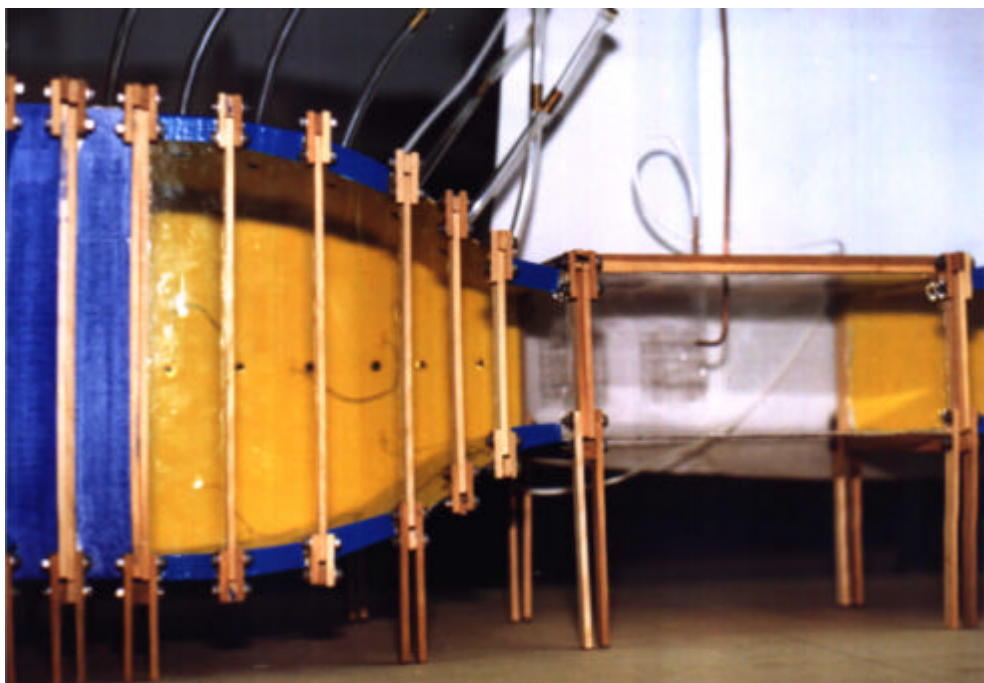
## 7. AGRADECIMIENTOS.

Los autores desean agradecer por el apoyo recibido a la Facultad Regional Haedo de la Universidad Tecnológica Nacional, a los integrantes del Laboratorio de Fluidos y especialmente al Sr. Martín Burcheri Voet que con mucho arte fabricó los modelos que fueron ensayados.

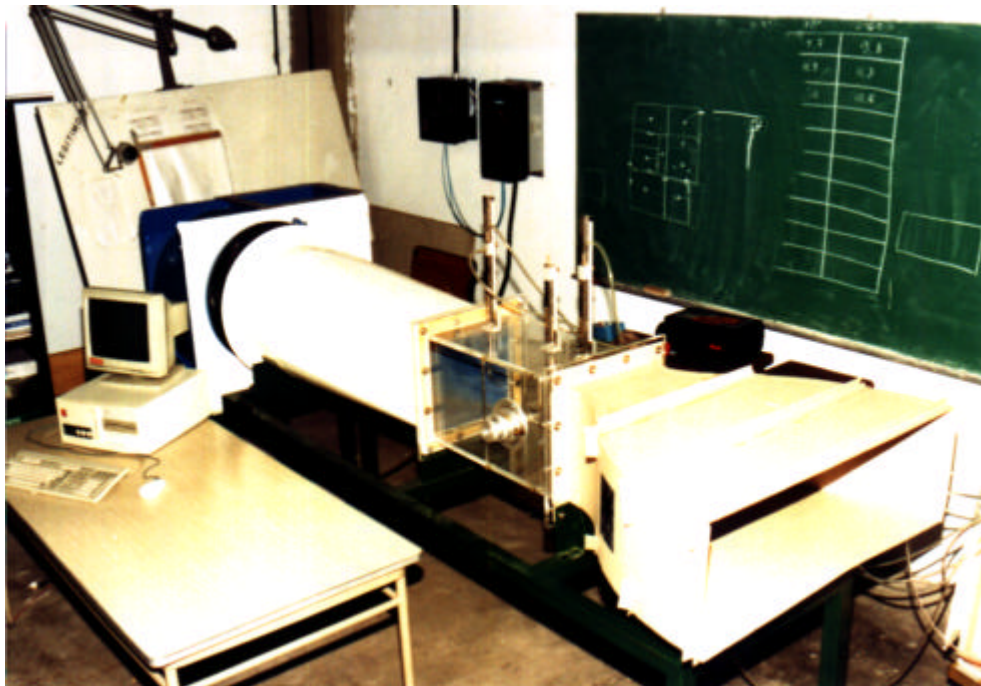
## 8. FOTOGRAFÍAS



Fotografía 1



Fotografía 2

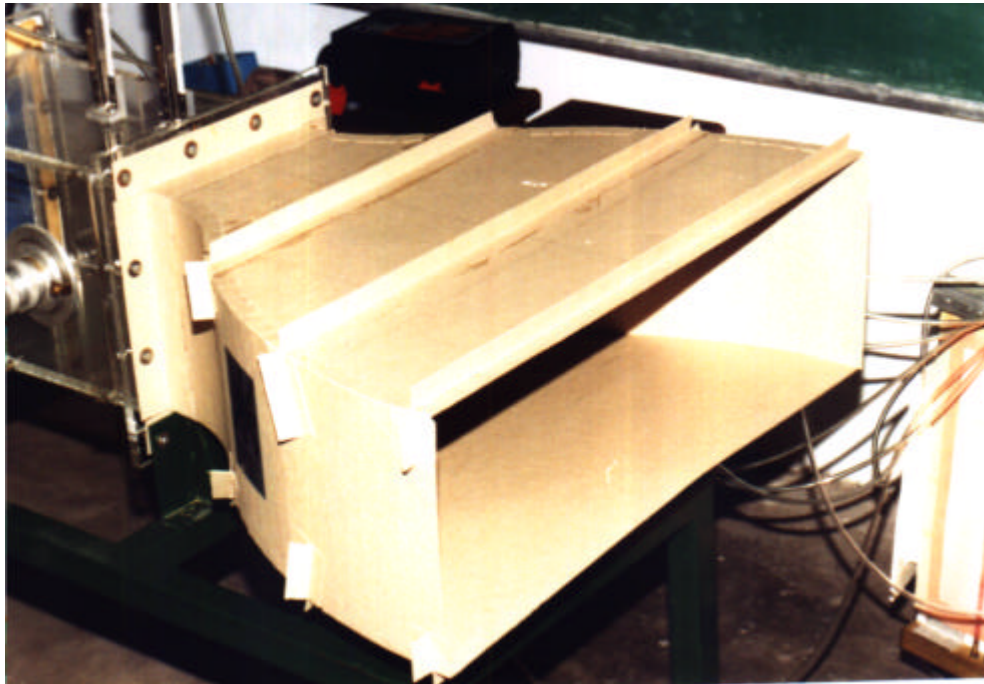


Fotografía 3

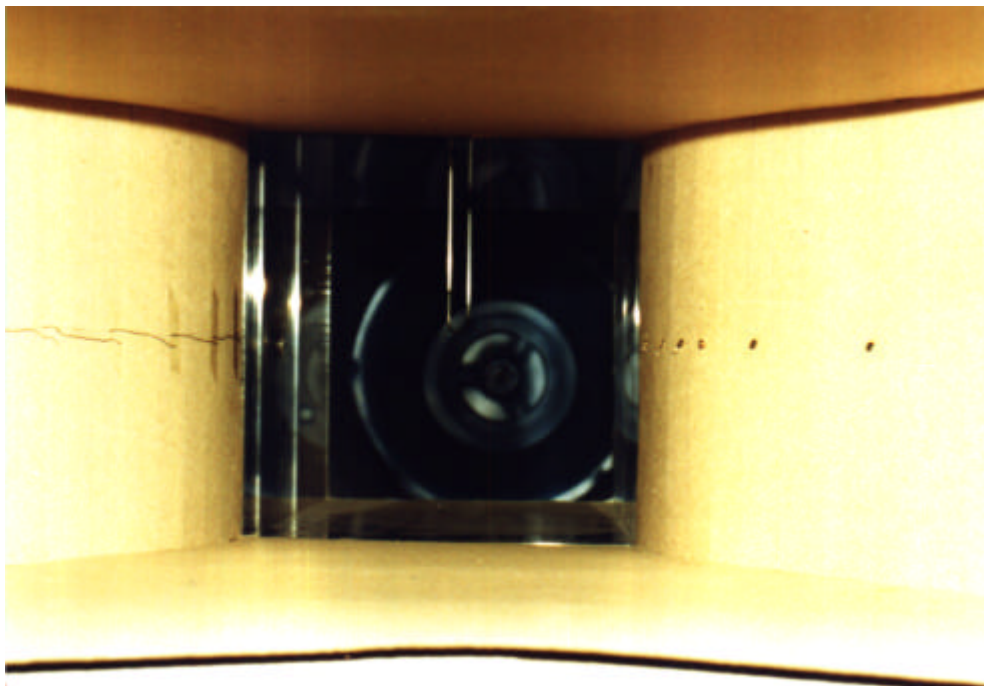


Fotografía 4





Fotografía 5



Fotografía 6

## 9. REFERENCIAS.

- [1] F. Diaz, J. Gavalda and F. Giralt, *Design and Characterization of a Subsonic Wind Tunnel*, Anales de Física B (81), (1985).
- [2] G. Gibertini, L. Gasparini and A. Zasso, *Aerodynamic Design of a Civil-Aeronautical Low Speed Large Wind Tunnel*, Politecnico di Milano – Italy, (1996).
- [3] W.H. Rae Jr. and A. Pope, *Low-Speed Wind Tunnel Testing*, John Wiley & Sons, (1984).
- [4] E. Simiu, R.H. Scanlan, *Wind Effects on Structures: An Introduction to Wind Engineering*, John Wiley & Sons, (1978).
- [5] T. Ghilarducci, O. Kohan, S. Franchini, *Diseño Preliminar de un Túnel de Viento de Baja Velocidad*, Universidad Tecnológica Nacional – Facultad Regional Haedo, (1998).
- [6] H.L. Dryden and I.H. Abbott, *The Design of Low-Turbulence Wind Tunnel*, NACA Technical Note N° 1755, (1948).
- [7] T. Morel, *Comprehensive Design of Axisymmetric Wind Tunnel Contractions*, J. Fluid Engineering, ASME Transactions, (1975).
- [8] J.H. Downie, R. Jordinson, and F.H. Barnes, *On the design of three-dimensional wind tunnel contractions.*, Aeronautical Journal Vol. 88, (1984).
- [9] J.D. Anderson, *Fundamentals of Aerodynamics*, McGraw – Hill Inc., (1991)
- [10] K.H. Huebner, E.A. Thornton, and T.G. Byrom, *The Finite Element Method for Engineers*, John Wiley & Sons, (1995).
- [11] J.D. Anderson, *Computational Fluid Dynamics*, McGraw – Hill Inc., (1995)
- [12] E. Kreyszig, *Matemáticas Avanzadas para Ingeniería*, Noriega – Limusa, (1991).
- [13] R.A. Walis, *Axial Flow Fans and Ducts*, Krieger Publishing Company, (1993).
- [14] G.E. Chmielewski, *Boundary Layer Considerations in the Design of Aerodynamics Contractions*, J. Aircraft 11(8), (1974).